



TITLE:

# 國際經濟の比較動學的分析

AUTHOR(S):

森嶋, 通夫

---

CITATION:

森嶋, 通夫. 國際經濟の比較動學的分析. 經濟論叢 1950, 66(5-6): 279-294

ISSUE DATE:

1950-12

URL:

<https://doi.org/10.14989/132209>

RIGHT:

京都大學經濟學會

# 經濟論叢

第六十六卷 第五・六號

價值論におけるリカードよりマルクスへ……………岸 本 誠 二 郎

保險における需要と供給……………佐 波 宣 平

國際經濟の比較動學的分析……………森 嶋 通 夫

ズルタン「國家收入論」について……………廣 田 司 朗

預金貨幣再論……………岡 橋 保

---

昭和二十五年十二月

# 國際經濟の比較動學的分析

森 嶋 通 夫

一九四二年のエコノメトリカ誌上に、メツラー教授は「國際貿易に於ける過少雇傭均衡」なる論文を發表した。この論文に於いて、彼は世界が二つの國民經濟より構成せられていることを假定し、一國のパラメーターの變動がその國の國民所得・總消費・總投資に如何なる影響を及ぼすか、及び他國の國民所得・總消費・總投資に如何なる効果を與えるかを分析している。吾々は本稿に於いてこのメツラーの問題を取扱うが、本稿の特徴を列記するならば次の如くである。

(一) メツラーは世界が二つの國民經濟より構成せられていることを假定したが、吾々はこの假定を除去して世界が $n$ 個の國民經濟より構成せられていると考える。(かつて渡邊太郎氏は世界が三つの國民經濟より構成せられている場合に迄メツラーの分析を擴張せられた。)(季刊「理論經濟學」創刊號に於ける渡邊氏の論文參照)。

(二) メツラーの分析は動學理論と比較靜學の奇妙な結合であり、従つて見かけ上動學であるにもかかわらずパラメーター變動が各期の國民所得・總消費・總投資に順次如何なる効果を及ぼして行くかを明かにし得ず、ただ單にパラメーター變動の長期効果を明かにし得るに過ぎない。之に對して吾々は比較動學に立脚する。それ故吾々はパラメーターの變動が各期の國民所得等に順次如何なる効果を及ぼして行くかを明かにし得る。

(三) メツラーに於いては諸々の限界性向は凡て一定と考えられているが、吾々は限界性向が變動した場合の效果の分析をも試みる。

なお私が國際經濟學の専門家でない爲に、思わぬ誤謬をおかしているかも知れない。多くの人達の御高評を得るならば極めて幸である。

## 一 基礎的分析

メツラーに従つて、吾々は何れの國に於いても過少雇傭均衡なること、即ち價格が不變なること乃至供給の弾力性が無限大なることを假定する。いま  $Y_i$  をもつて第  $i$  國の國民所得を表し、 $U_i$  を第  $i$  國で生産せられた消費財に對する第  $j$  國の需要、 $V_{ij}$  を第  $i$  國で生産せられた投資財に對する第  $j$  國の需要とする。(  $i, j = 1, \dots, n$  )

第  $t$  期に於ける  $U_{ij}$ 、 $V_{ij}$  が第  $t-1$  期に於ける  $Y_j$  に依存することを假定するならば、第  $t$  期に於ける第  $i$  國に對する總需要は、

$$\sum_j U_{ij}[Y_j(t-1)] + \sum_j V_{ij}[Y_j(t-1)]$$

によつて與えられる。第  $t$  期に於ける第  $i$  國の總供給は  $Y_i(t)$  であるから、第  $t$  期に於ける一時的均衡條件は

$$(1) \quad Y_i(t) = \sum_j U_{ij}[Y_j(t-1)] + \sum_j V_{ij}[Y_j(t-1)] \quad (i=1, \dots, n)$$

である。この條件は如何なる正整数  $t$  に對しても満足せられる。

さて  $u_i, v_i, a_i$  は凡て常數であるとし

$$U_{ij}(Y_j) \equiv u_{ij} Y_j + a_{ij}$$

および

$$V_{ij}(Y_j) \equiv v_{ij}Y_j + b_{ij}$$

なることを假定すれば、(1)は

$$Y_i(t) = \sum_j (u_{ij} + v_{ij})Y_j(t-1) + \sum_j (a_{ij} + b_{ij})$$

乃至

$$(2) \quad \{Y(t)\} = H\{Y(t-1)\} + \{\sum_j (a_{ij} + b_{ij})\}$$

と書くことを得る。ここに  $H$  は行列  $[u+v]$  を表す。

容易に知られる如くこの定差方程式を解くならば、

$$(3) \quad \{Y(t)\} = \left[ \sum_{s=0}^{t-1} H^s \right] \{\sum_j (a_{ij} + b_{ij})\} + [H]^t \{Y(0)\}$$

を得る。但し  $H^0 \equiv I$  (単位行列) であり  $\{Y(0)\}$  は與えられた初期所得ベクトルである。 $t \rightarrow \infty$  のとき  $[H]^t \rightarrow 0$  であるならば、即ち動學的システム(2)の安定條件が満足せられるならば、 $t$  が無限大に向うとき  $\{Y(t)\}$  は

$$\{Y(\infty)\} = [I - H]^{-1} \{\sum_j (a_{ij} + b_{ij})\}$$

に收斂する。而して之はシステム(2)の定常的所得ベクトルであり、 $[I - H]^{-1}$  は所謂國際貿易の動學的行列乗因子 (dynamic matrix multiplier) である。なほ動學的行列乗因子に關しては R. M. Goodwin: *The Multiplier as Matrix*, *The Economic Journal*, Vol. LIX, No. 236, 1949. を参照されたす。

## 二 パラメーター變動の國民所得に及ぼす效果(その一)

種々なるパラメーターの變動は各國の國民所得・總消費・總投資に如何なる效果を及ぼすであろうか。以下この問題について考察しよう。云う迄もなく吾々の體系のパラメーターは  $u_{ii}$ ,  $u_{ji}$ ,  $v_{ii}$ ,  $v_{ji}$ ,  $a_{ii}$ ,  $a_{ji}$ ,  $b_{ii}$ ,  $b_{ji}$  であり、之等の増大は夫々次の如き意味を持つてゐる。

$u_{ii}$  の増大  $\parallel$  國產消費財に對する第  $i$  國の限界消費性向の増大

$u_{ji}$  の増大  $\parallel j$  國產消費財に對する第  $i$  國の限界消費性向の増大

$v_{ii}$  の増大  $\parallel$  國產投資財に對する第  $i$  國の限界需要性向の増大

$v_{ji}$  の増大  $\parallel j$  國產投資財に對する第  $i$  國の限界需要性向の増大

$a_{ii}$  の増大  $\parallel$  限界消費性向が一定なる場合に於ける國產消費財に對する第  $i$  國の平均消費性向の増大

$a_{ji}$  の増大  $\parallel$  限界消費性向が一定なる場合に於ける  $j$  國產消費財に對する第  $i$  國の平均消費性向の増大

$b_{ii}$  の増大  $\parallel$  國產投資財に對する第  $i$  國の需要の増大 (但し  $v_{ii}$  一定)

$b_{ji}$  の増大  $\parallel j$  國產投資財に對する第  $i$  國の需要の増大 (但し  $v_{ji}$  一定)

以下吾々が「平均消費性向の増大」と云うとき「 $u$ 一定なる場合に於ける  $a$  の増大」を意味し、「投資財需要の増大」と云うとき「 $v$ 一定なる場合に於ける  $b$  の増大」を意味するものとする。本節及び次節に於いては  $a$  及び  $b$  の變動效果を取扱い、第四節及び第五節に於いて  $u$  及び  $v$  の變動效果を取扱う。

さて今期 (第 0 期) に  $a$  乃至  $b$  に變動があり且つその變動が永久的變動である場合、 $a$  乃至  $b$  の變動後に於いて吾々の變動過程が

$$\{Y(t) + \Delta Y(t)\} = \left[ \sum_{i=0}^{t-1} H^i \right] \{ \sum_j (a_{ij} + \Delta a_{ij} + b_{ij} + \Delta b_{ij}) \} + [H]^t \{Y(0)\}$$

となることは云う迄もない。それ故

$$\{dY(\infty)\} = \left[ \sum_{i=0}^{n-1} H^i \right] \left\{ \sum_j (da_{ij} + db_{ij}) \right\}$$

が得られるが、とくに吾々の體系が安定體系である場合には  $dY(\infty)$  は

$$\{dY(\infty)\} = [I - H]^{-1} \left\{ \sum_j (da_{ij} + db_{ij}) \right\}$$

に收斂する。各  $dY_k(\infty)$  の符號を決定するためには  $J(\infty) \equiv \left[ \sum_{i=0}^{n-1} H^i \right]$  の各要素の符號を知らねばならぬが、之等は容易に知ることが出来る。

まづ「1」なるとき  $J(1) \equiv I$  であるから、對角要素は凡て1であり、非對角要素は凡て0である。それ故次の命題が得られる。

**命題一** 第 $i$ 國の國產財に對する平均消費性向が増すか、國產投資財に對する需要が増すならば、第 $i$ 國の第一期の國民所得は變動前のそれよりも必ず大である。第 $i$ 國以外の國の第一期の國民所得は變動前のそれと同一である。(ここに「變動前のそれ」とは「パラメーター變動前の第一期の國民所得」をさす。以下之に準ず。)

**命題二**  $j$ 國產財に對する第 $i$ 國の平均消費性向が増すか、 $j$ 國產投資財に對する第 $i$ 國の需要が増すならば第 $j$ 國の第一期の國民所得は變動前のそれよりも必ず大となる。しかしながら第 $j$ 國以外の國の第一期の國民所得は變動前のそれと同じである。

「2」に對しては次の如くである。 $J(2) \equiv I + H$  であるから、 $h_{ji} = a_{ji} + b_{ji}$  とせば、 $J(2)$  の對角要素は  $1 + h_{ii}$  であり、非對角要素は  $h_{ji}$  である。云う迄もなく  $h_{ii} > 0$  であるから、對角要素は必ず正であり、非對角要素は正若くは0である。いま吾々は  $h_{ji} > 0$  なるとき「第 $j$ 國は第 $i$ 國に對する輸出國である」と云ふ、 $h_{ji} = 0$

なるとき「第 $j$ 國は第 $i$ 國に對する非輸出國である」と云うこととしよう。(勿論第 $j$ 國が第 $i$ 國に對する輸出國であるや否やは  $U_{ji} + V_{ji}$  の正、0 で判別するのが普通であるが、吾々はそれを  $a_{ji} + b_{ji}$  の正、0 で定義する。) 然るとき次の法則が得られる。

### 命題三

$a_{ji}$  若くは  $b_{ji}$  が増大した場合、第 $i$ 國の第二期の國民所得は變動前のそれより必ず大となる。而して第 $i$ 國に對する輸出國の第二期の國民所得は變動前のそれと同一であるが、第 $i$ 國に對する非輸出國の國民所得は不變である。

### 命題四

$a_{ji}$  若くは  $b_{ji}$  が増大した場合第 $j$ 國の第二期の國民所得は變動前のそれより必ず増大する。而して第 $j$ 國に對する輸出國の第二期の國民所得も亦變動前のそれより増大するが第 $j$ 國に對する非輸出國の第二期の國民所得は不變である。

$i=3$  に對しては次の如くである。  $J(3) = I + H + H^2$  であるから、 $H^2$  の要素を  $h_{ji}^{(2)}$  と書けば、

$$h_{ji}^{(2)} = \sum_k h_{jk} h_{ki}$$

である。それ故  $J(3)$  の對角要素  $I + h_{ii} + h_{ii}^{(2)}$  は必ず正であり、非對角要素  $h_{ji} + h_{ji}^{(2)}$  は正若くは0である。後者は第 $j$ 國が第 $i$ 國に對する輸出國であるとき必ず正であるが、第 $i$ 國に對する直接的輸出國でなくても、第 $i$ 國に對する輸出國である第 $r$ 國に對する輸出國であるならば正である。而して第 $j$ 國が第 $i$ 國に對する輸出國でなく、且つ第 $i$ 國に對する輸出國に對する輸出國でない場合には、 $h_{ji} + h_{ji}^{(2)} = 0$  である。かくて第三期の各國國民所得の變動に關して次の命題を得る。

### 命題五

$a_{ii}$  乃至  $b_{ii}$  の増大に際して第 $i$ 國の第三期の國民所得は變動前のそれより増大する。第 $j$ 國が第 $i$ 國に



對する直接的輸出國であるか、第 $i$ 國に對する輸出國に對する輸出國であるならば第 $j$ 國の第三期の國民所得は變動前のそれより増大する。而してそれ以外の國の國民所得は不變である。

**命題六**  $a_{ji}$ 乃至 $b_{ji}$ の増大に際して、第 $j$ 國の第三期の國民所得は變動前のそれより増大する。第 $r$ 國が第 $j$ 國に對する直接的輸出國であるか、第 $j$ 國に對する輸出國に對する輸出國であるならば、第 $r$ 國の第三期の國民所得は、 $a_{ji}$ 乃至 $b_{ji}$ が増大した場合、變動前のそれより増大する。而してそれ以外の國の國民所得は不變である。

14に關しては、 $H$ の要素が

$$h_{ji}^0 = \sum h_{ji}^0 h_{ji}$$

であることを考慮すれば同様に分析し得る。

**命題七**  $a_{ji}$ 乃至 $b_{ji}$ の増大に際して、第 $i$ 國の第四期の國民所得は、變動前のそれより増大する。第 $j$ 國が第 $i$ 國に對する輸出國であるか、第 $i$ 國に對する輸出國に對する輸出國であるか、第 $i$ 國に對する輸出國に對する輸出國であるならば、第 $j$ 國の第四期國民所得は變動前のそれより増大する。而してそれ以外の國の第四期の國民所得は不變である。

**命題八**  $a_{ji}$ 乃至 $b_{ji}$ の増大があるときには、命題七と平行の命題が成立つ。

かように輸出關係を通じて國民所得變動は波及する。いま之等の波及過程を一般的に記述する法則を得るために、輸出關係を次の如く定義しよう。

まづ $h_{ji} > 0$ なるとき、第 $j$ 國は第 $i$ 國に對する第一次輸出國であるとき、 $h_{ji} = 0$ 、 $h_{ji}^0 > 0$ なるとき、第 $j$ 國は第 $i$ 國に對する第二次輸出國であると云う。而して $h_{ji} = h_{ji}^0 = \dots = h_{ji}^{s-1} = 0$ 、 $h_{ji}^s > 0$ なるとき、第 $j$ 國

は第 $i$ 國に對に對する第 $s$ 次輸出國であると定義する。しかるとき次の如き法則が得られることは云う迄もないであらう。

**第一法則**  $a_{ii}$ 若くは  $b_{ii}$ が増大した場合、第 $i$ 國の第一期以後の國民所得は、變動前のそれらより何れも増大する。第 $i$ 國に對する第 $s$ 次輸出國の國民所得は、第 $s$ 期までは變動前のそれらと同一であり、第 $s+1$ 期以後は變動前のそれらより何れも増大する。

**第二法則**  $a_{ji}$ 若くは  $b_{ji}$ が増大した場合、第 $j$ 國の第一期以後の國民所得は變動前のそれらより何れも増大する。第 $j$ 國に對する第 $s$ 次輸出國たる第 $r$ 國の國民所得は第 $s$ 期までは變動前のそれらと同一であり、第 $s+1$ 期以後は變動前のそれらより何れも増大する。

安定條件が満足される場合、 $\{Y_i(t)\}$ も $\{Y_i(t) + \Delta Y_i(t)\}$ も共に收斂し、不安定條件が満足されるとき兩者は發散する。而して中性條件が満足されるとき、兩者は收斂もせず發散もしない。このことは餘りにも周知である。

### 三 パラメーター變動の總消費及び總投資に與える效果（その一）

次に吾々は  $a_{ii}$ ,  $a_{ji}$ ,  $b_{ii}$  及び  $b_{ji}$  の變動が各國の總消費及び總投資に如何なる效果を及ぼすかを考察しよう。第 $t$ 期に於ける第 $j$ 國の總消費は云う迄もなく

$$(4) \quad U_j[Y_j(t)] \equiv \sum_k U_{kj}[Y_k(t)],$$

である。第 $j$ 國の總投資は投資財總需要  $\sum_k V_{kj}$  と超過輸出  $\sum_k (U_{jk} + Y_{jk}) - \sum_k (U_{kj} + V_{kj})$  の和であるが、これは一時的均衡條件(1)を考慮すれば

$$(5) \quad V_j[Y_j(t)] = Y_j(t) - U_j[Y_j(t)]$$

に等しい。即ち  $V_j[Y_j(t)]$  は第  $j$  期に於いて實現された第  $j$  國の總投資である。従つて  $a_{iit}$  のみが増大し他のパラメーターが凡て不變である場合には

$$\Delta U_i(t) = a_i \Delta Y_i(t) + \Delta a_{iit}$$

$$\Delta U_j(t) = a_j \Delta Y_j(t)$$

$$\Delta V_i(t) = (1 - a_i) \Delta Y_i(t) - \Delta a_{iit}$$

$$\Delta V_j(t) = (1 - a_j) \Delta Y_j(t)$$

である。ここに  $\sum_{i=1}^n a_{iit}$  であり、 $a_{iit}$  は第  $i$  國の限界總消費性向である。 $a_i$  及び  $a_j$  は正であるから、第一法則を考慮すれば次の法則が得られる。

### 第三法則

第  $i$  國の國產消費財に對する平均消費性向が増大した場合、第  $i$  國の第一期以後の各期の總消費は變動前のそれらより必ず増大する。而して第  $i$  國に對する第  $j$  次輸出國の總消費は、第  $j$  期までは變動前のそれらと同一であり、第  $j+1$  期以後は變動前のそれらより増大する。

### 第四法則

$a_{iit}$  の増大が投資に及ぼす效果は次の如くである。第  $i$  國の總投資は増大することもあり、減少することもある。第  $j$  國が第  $i$  國に對する第  $j$  次輸出國であるならば、第  $j$  國の總投資は第  $j$  期までは變動前のそれらと同一であるが、第  $j+1$  期以後は  $a_j < 1$  になると變動前のそれらより増大し、 $a_j > 1$  になると減少する。而して  $a_j = 1$  するとき第  $j$  國の如何なる期の總投資も變動前のそれらと同一である。

次に  $b_{iit}$  のみが變化し、他のパラメーターが凡て不變なる場合を考えよう。(4) 及び (5) より凡ての國に對して

$$\Delta U_k(t) = a_k \Delta Y_k(t)$$

$$\Delta V_k(t) = (1 - a_k) \Delta Y_k(t)$$

が成立つ。それ故第 $i$ 國の國產投資財需要が増加した場合に關して吾々は次の法則を得る。

**第五法則** 第 $i$ 國の第一期以後の總消費は變動前のそれらより何れも増加するが、第 $i$ 國の第一期以後の總投資は、 $a_i < 1$  なるとき變動前のそれらより増加し、 $a_i > 1$  なるとき變動前のそれらより減少する。

**第六法則** 第 $j$ 國が第 $i$ 國に對する第 $s$ 次輸出國であるならば、第 $j$ 國の總消費は第 $s$ 期までは變動前のそれらと同一であり、第 $s+1$ 期以後は變動前のそれらより増加する。而してその總投資は第 $s$ 期までは不變であるが、第 $s+1$ 期以後は $a_j < 1$  なるとき變動前のそれらより増加し、 $a_j > 1$  なるとき逆に減少する。而して $a_j = 1$  なるとき如何なる期の第 $j$ 國の總投資も變動前のそれらと同一である。

$a_{ji}$  のみが變化し、他のパラメーターが凡て不變であるときには

$$\Delta U_i(t) = a_i \Delta Y_i(t) + \Delta a_{ji}$$

$$\Delta V_i(t) = a_i \Delta Y_i(t)$$

$$\Delta Y_i(t) = (1 - a_i) \Delta Y_i(t) - \Delta a_{ji}$$

$$\Delta Y_i(t) = (1 - a_i) \Delta Y_i(t)$$

である。但し $a_{ji} = 1$  である。それ故 $j$ 國產消費財に對する第 $i$ 國の平均消費性向が増加した場合に關して次の法則を得る。

**第七法則** 第 $i$ 國の第一期以後の總消費は變動前のそれらより必ず増加するが、總投資は増大する場合も、減

少する場合も、不変である場合もある。

**第八法則** 第 $j$ 國の第一期以後の總消費は變動前のそれらより増大する。而して第 $j$ 國の第一期以後の總投資は $s \wedge 1$  になるとき變動前のそれらより増大し、 $s \vee 1$  になるときに減少、 $s = 1$  になるとき不変である。

**第九法則** 第 $r$ 國 ( $s = 1$ ) が第 $j$ 國に對して第 $s$ 次輸出國である場合、第 $r$ 國の總消費は第 $s$ 期までは變動前のそれらと同一で、第 $s+1$ 期以後は變動前のそれらより増加する。而して總投資は第 $s$ 期までは不変であるが、第 $s+1$ 期以後は $s \wedge 1$  になるとき變動前のそれらより増大し、 $s \vee 1$  になるときに減少する。而して $s = 1$  になるとき不変である。

最後に $b_{ji}$ の變動の効果について述べよう。(4)及び(5)より凡ての國に對して

$$\Delta U_k(t) = a_k \Delta Y_k(t)$$

$$\Delta Y_k(t) = (1 - a_k) \Delta Y_k(t)$$

である。それ故第 $i$ 國の $j$ 國產投資財に對する需要が増大した場合に關して次の法則が得られる。

**第十法則** 第 $j$ 國の第一期以後の總消費は變動前のそれらより増加し、第一期以後の各期の總投資は $s \wedge 1$  になるとき變動前のそれらより増大し、 $s \vee 1$  になるときに減少する。

**第十一法則** 第 $j$ 國以外の國 (第 $i$ 國も含まれる) に對する効果は第九法則で述べたと同じである。

#### 四 パラメーター變動の國民所得に及ぼす效果 (その二)

次に吾々は限界性向を表すパラメーター $u$ 乃至 $v$ の變動が各國國民所得に如何なる效果を及ぼすかを考察する

以下吾々は、乃至りの變動が永久的變動であることを假定し、變動後の限界性向行列を  $H + \Delta H$ 、變動後の所得ベクトルを  $\{Y(0) + \Delta Y(0)\}$  にて表す。

5. 4

$$Q^0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H^{i-j} \Delta H^0 H^{j-1}$$

と定義するならば、(3)より容易に

$$(6) \quad \{ \Delta Y(0) \} = \sum_{i=1}^{i-1} Q^0 \cdot \sum_{m=1}^{m-1} (a_{im} + b_{im}) + Q^0 \{ Y(0) \}$$

が得られる。云う迄もなく吾々の仕事は  $\{ \Delta Y(0) \}$  の各要素の符號を明かにすることであるが、その爲には豫め吾々は  $Q^0$  の要素の符號に關して知識を得て置かねばならない。この問題を一般的に處理することは厄介であるから、以下  $h_{ji}$  (7.1) のみが増加した場合と  $h_{ii}$  のみが増加した場合とに分つて考察をすすめることとする。

まず  $h_{ji}$  (7.1) のみが増加した場合を考えよう。この場合  $\Delta H$  は第  $j$  行第  $i$  列の要素が  $\Delta h_{ji} > 0$  でその他の要素が凡て 0 なる正方行列であるから、 $\Delta H^0 (q=2, \dots, s)$  の凡ての要素は 0 である。それ故

$$Q^0 = \sum_{i=1}^i H^{i-1} \Delta H H^{i-1}$$

となる。さて  $\Delta H H^{i-1}$  は第  $j$  行第  $i$  列の要素が  $\Delta h_{ji} h_{ii}^{i-1}$  ( $i=1, \dots, n$ ) で第  $j$  行以外の行の要素が凡て 0 である行列であるから、 $H^{-1} \Delta H H^{i-1}$  の第  $k$  行第  $i$  列の要素は

$$h_{kj}^{i-1} \Delta h_{ji} h_{ii}^{i-1} \quad (k, i=1, \dots, n)$$

である。それ故  $Q^0$  の第  $k$  行第  $i$  列の要素は

$$Q_{ki}^0 = \sum_{j=1}^n h_{kj}^{i-1} \Delta h_{ji} h_{ii}^{i-1}$$

であり、正若くは0の値である。

さて第*k*國が第*j*國に對する第*i*次以上の輸出國である場合には、 $Q_i^k(=1, \dots, n)$ の第*k*行の要素は凡て0であるから、(6)に於いて  $\Delta Y_k(0) = 0$  である。而して第*i-1*次の輸出國である場合

$$h_{kj}^{i-1} \Delta h_{ij} h_{ij}^0 > 0 \quad (\text{但し } h_{ij}^0 = 1)$$

であるから、 $\theta_{kj}^{i-1} > 0$  であり、従ひて  $\Delta Y_k(0) > 0$  である。而して第*k*國が第*j*國に對する第*s*次輸出國(但し  $s \leq i-1$ ) である場合  $\theta_{kj}^{s-1} > 0$  であるから  $\Delta Y_k(0) > 0$  である。以上より吾々は次の法則を得る。

**第十二法則** *j*國產消費財に對する第*i*國限界消費性向が増大するか、*j*國產投資財に對する第*i*國の限界需要性向が増大した場合、第*j*國に對する第*s*次輸出國の國民所得は第*s*期までは變動前と同一であり、第*s+1*期以後に於いては變動前のそれらより増大する。

第*j*國國民所得に對する効果は次の如くである。

$$\theta_j^j = \Delta h_{jj} > 0$$

であるから、 $\Delta Y_j(0)$  は  $\geq 1$  になるとき必ず正である。

**第十三法則** *j*國產消費財に對する第*i*國限界消費性向が増大するか、*j*國產投資財に對する第*i*國限界需要性向が増した場合、第*j*國の第一期以後の國民所得は何れも變動前のそれらより大である。

次に  $h_{ij}$  が増大した場合の効果を考えよう。この場合、 $\Delta H^0(q=2, \dots, n)$ の對角要素の一つは  $(\Delta h_{ii})^0 > 0$  であり、他の凡ての要素は0である。従つて  $Q_i^j$ の第*i*行第*j*列の要素は

$$\theta_{ij}^i = \sum_{q=1}^i \sum_{k=1}^i h_{ik}^{q-1} \Delta h_{ij}^0 h_{ij}^{q-1}$$

となり、正若くは0の値をとる。

さて第 $i$ 國が第 $i$ 國に對する第 $i$ 次以上の輸出國である場合には、凡ての $\theta_{ik}^i (s=1, \dots, i)$ は0であるから、(6)に於て $\Delta Y_k(i)=0$ である。而して第 $i-1$ 次の輸出國である場合

$$h_{kz}^{i-1} \Delta h_{kz} h_{kz}^i > 0$$

であるから $\theta_{ik}^i > 0$ であり従つて $\Delta Y_k(i) > 0$ である。第 $i-1$ 次以下の第 $j$ 次の輸出國である場合 $\theta_{ik}^i = 0 (2 \leq i, 1, \dots, j)$ であるが

$$h_{kz}^j \Delta h_{kz}^i \theta_{ik}^j > 0, (s > j)$$

であるから $\theta_{ik}^i > 0 (s=j+1, j+2, \dots, i)$ である。それ故 $\Delta Y_k(i) > 0$ を得る。以上により次の法則が得られることは云々迄もなす。

**第十四法則** 第 $i$ 國の國產消費財に對する限界消費性向が増すか、國產投資財に對する限界需要性向が増すならば、第 $i$ 國に對する第 $s$ 次輸出國の國民所得は第 $s$ 期までは變動前と同じであり、第 $s+1$ 期以後に於いては變動前のそれらより増大する。

第 $i$ 國の國民所得に對する效果は次の如くである。

$$\theta_{ik}^i = \Delta h_{ik} > 0$$

であるから $\Delta Y_k(i)$ は $>1$ なるとき必ず正である。

**第十五法則** 第 $i$ 國の國產消費財に對する限界消費性向が増すか、國產投資財に對する限界需要性向が増すならば、第 $i$ 國の第一期以後の國民所得は何れも變動前のそれらより大となる。



限界性向の變動が充分小なるとき、變動前の體系が安定體系であるならば、變動後の體系もまた安定であり、變動前の體系が不安定體系であるならば、變動後の體系も亦不安定である。しかし乍ら變動前の體系が中性體系である場合、限界性向の變動が如何に小さくとも變動後の體系は容易に安定體系若くは不安定體系となりうる。

## 五 パラメーター變動の總消費・總投資に及ぼす效果(その二)

$u$ 乃至 $v$ の變動が總消費・總投資に如何なる效果を及ぼすかは(4)及び(5)を考慮すれば容易に分析される。いま結果のみを書くならば次の如くである。

### 第十六法則

$u$ 若くは $v$ が増大した場合、第 $j$ 國の第一期以後の總消費は變動前のそれらより増大する。しかし乍ら第 $j$ 國の第一期以後の總投資は $\downarrow$ となるときのみに變動前のそれらより増大するにすぎず、 $\uparrow$ となるとき不變、 $\uparrow \wedge \downarrow$ なるとき逆に減少する。

### 第十七法則

$u$ 若くは $v$ が増大した場合、第 $j$ 國に對する第 $s$ 次輸出國の總消費は第 $s$ 期までは變動前のそれらと同一で、第 $s+1$ 期以後變動前のそれらより増大する。此の場合第 $s$ 次輸出國たる第 $r$ 國の總投資は第 $s$ 期までは變動前のそれらと同一で、第 $s+1$ 期以後變動前のそれらより、 $\downarrow$ とならば増大し、 $\uparrow \wedge \downarrow$ ならば減少する。而して $\uparrow \wedge \downarrow$ なるとき、總投資は常に變動前のそれらと同一である。

### 第十八法則

$u$ の増大がある場合、第 $i$ 國の第一期以後の總消費は變動前のそれらより大である。第 $i$ 國の總投資は第一期に於いては變動前のそれより減少するが、第二期以後については一般に何も云えない。

### 第十九法則

$v$ の増大がある場合、第 $i$ 國が第 $j$ 國に對する第 $s$ 次輸出國であるならば、第 $s$ 期までは第 $i$ 國

の總消費・總投資は不變であり、第 $n+1$ 期以後第 $i$ 國の總消費は變動前のそれらより増加する。しかし乍ら第 $n+1$ 期以後の第 $i$ 國の總投資は $I \setminus a_i$ なるときに變動前のそれらより増加するにすぎず、逆に $I \setminus a_i$ ならば減少、 $I = a_i$ ならば不變である。

**第二十法則**  $u_{ii}$ の増大がある場合、第 $i$ 國の第一期以後の總消費は變動前のそれらより増加するが、總投資については一般に何も云えない。 $v_{ii}$ が増加した場合、第 $i$ 國の第一期以後の總消費は變動前のそれらより増加し、第一期以後の總投資は變動前のそれらより $I \setminus a_i$ なるとき増加し、 $I \setminus a_i$ なるとき減少、 $I = a_i$ なるとき不變である。

**第二十一法則**  $u_{ii}$ 乃至 $v_{ii}$ が増加した場合、第 $i$ 國に對する第 $s$ 次輸出國 $j$ の總消費及び總投資は第 $s$ 期までは變動前のそれらと同一であり、第 $n+1$ 期以後の總消費は變動前のそれらより増加する。第 $n+1$ 期以後の總投資は $I \setminus a_i$ なるとき變動前のそれらより増加するが、 $I \setminus a_i$ なるとき減少、而して $I = a_i$ なるとき不變である。

以上と全く同じ分析が封鎖された一つの國民經濟内部の各産業部門の間の關係の分析に對しても有效であることは云う迄もない。

(一九五〇・一一・二二)

**附記** 本稿脱稿後私は Meizler: A Multiple-Region Theory of Income and Trade, *Econometrica*, Vol. 18, No. 4—Oct. 1950, を讀むことを得たが、メツラーは此の論文に於いて本稿と同じく國際經濟の分析を行つてゐる。しかしながら彼は依然として動學と比較靜學の奇妙な結合を行ひ、(方程式の立て方にも私は彼に不滿である)その上不用意な一つの計算違ひをしてゐる。乗數の大小關係の比較が彼の論文の白眉であるが、計算違ひのために等號が脱落してゐる。本稿をメツラーのこの論文と對比して讀まれるならば幸である。